Formeel Denken 2008
Tentamen

Dit tentamen heeft 15 opgaven en iedere opgave is 6 punten waard. De eerste 10 punten voor deze toets zijn gratis en het cijfer is het aantal punten gedeeld door tien. Veel succes!

1. Geef de waarheidstabel van de propositielogische formule

$$(a \leftrightarrow (b \leftrightarrow (a \leftrightarrow b)))$$

2. Vertaal de volgende Nederlandse zin naar een formule van de propositielogica:

   Planten zijn alleen onkruid als ze niet worden gewaardeerd.

   Gebruik hierbij het volgende woordenboek:

A	de plant wordt gewaardeerd
W	de plant is onkruid

   Is het volgens deze zin mogelijk dat er een plant bestaat die geen onkruid is, maar toch niet wordt gewaardeerd?

3. Geldt $\vDash a$? Verklaar je antwoord.

4. Schrijf de formule van de predikaatlogica

$$\exists x \in D\ P(x) \rightarrow (\neg P(c))$$

   volgens de officiële grammatica uit de syllabus.

5. Vertaal de volgende Nederlandse zin naar een formule van de predikaatlogica met gelijkheid:

   Iedereen heeft precies één moeder.

   Gebruik hierbij het volgende woordenboek:

M	het domein van de mensen
$V(x)$	x is een vrouw
$O(x, y)$	x is één van de ouders van y

6. Geef een interpretatie in een model waaronder de volgende predikaatlogische formule waar is:

$$\big(\forall x \in D\ \big(\big(\exists y \in D\ R(x, y)\big) \wedge \neg\big(\forall y \in D\ R(x, y)\big)\big)\big)$$

   Verklaar je antwoord.

7. Geef een reguliere expressie voor de taal

$$\mathcal{L}(a^*b^*) \cap \mathcal{L}(b^*a^*)$$

Is deze taal leeg of niet-leeg? Is deze taal eindig of oneindig? Verklaar je antwoorden.

8. Geef een rechtslineaire grammatica die dezelfde taal beschrijft als de contextvrije grammatica

$$\begin{array}{rcl} S & \rightarrow & AB \\ A & \rightarrow & aA \mid \lambda \\ B & \rightarrow & bB \mid \lambda \end{array}$$

Leg ook uit waarom bovenstaande grammatica zelf niet rechtslineair is.

9. Teken het toestandsdiagram van een eindige automaat die dezelfde taal herkent als de rechtslineaire grammatica

$$\begin{array}{rcl} S & \rightarrow & aA \mid bS \\ A & \rightarrow & aS \mid \lambda \end{array}$$

10. Teken een planaire graaf met zes punten van ieder graad vier. Hoeveel lijnen heeft deze graaf? Is deze graaf samenhangend? Is deze graaf een boom? Verklaar je antwoorden.

11. We definiëren met recursie de rij getallen a_n door

$$\begin{array}{rcll} a_0 & = & 2 & \\ a_{n+1} & = & a_n^2 & \text{voor} \quad n \geq 0 \end{array}$$

Geef de waarde van a_2 en leg uit hoe je aan dit antwoord bent gekomen. Bewijs voorts met inductie dat voor alle natuurlijke getallen n geldt dat

$$a_n = 2^{(2^n)}$$

12. Geef de waarde van de expressie

$$\binom{5}{0} + \binom{5}{1} + \binom{5}{2} + \binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5}$$

Leg uit met welke aanpak je dit hebt uitgerekend.

13. Vertaal de volgende Nederlandse zin naar een formule van de modale logica:

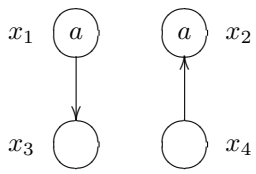
    Het is mogelijk gelukkig te zijn maar noodzakelijk is dit niet, tenzij je verlicht bent.

    Gebruik hierbij het volgende woordenboek:

E	ik ben verlicht
H	ik ben gelukkig

14. Wat is epistemische logica? Hoe worden de modale operatoren $\Box$ en $\Diamond$ hierin geïnterpreteerd?

15. In welke werelden van onderstaand Kripke-model



    geldt de formule $\Diamond\Box a$? Verklaar je antwoord.

De uitwerkingen van dit tentamen, en tentamens, toetsen en uitwerkingen van dit vak zijn te vinden op http://www.cs.ru.nl/~freek/courses/fd-2009/.